

## الترتيب والعمليات

### 1- مقارنة عددين حقيقيين

#### خاصية

لمقارنة عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  : نحدد إشارة فرقهما  
إذا كان  $a - b \geq 0$  فإن  $a \geq b$   
إذا كان  $a - b \leq 0$  فإن  $a \leq b$

#### مثال

لنقارن العددين : 9 و  $\frac{3}{7}$

لدينا :

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} - 9 &= \frac{3}{7} - \frac{63}{7} \\ &= \frac{-60}{7}\end{aligned}$$

إذن :  $\left(\frac{3}{7} - 9\right) \leq 0$  و منه فإن  $\frac{3}{7} \leq 9$

### 2- الترتيب والعمليات

#### أ- الترتيب والجمع

#### خاصية

$m$  و  $k$  و  $b$  و  $a$  أعداد حقيقية  
إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a + k \leq b + k$   
إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a - k \leq b - k$

#### مثال

$a$  و  $b$  عددا حقيقيان بحيث  $a + 4 \leq b$

لنبين أن :  $a + 1 \leq b - 3$

لدينا :  $a + 4 \leq b$  يعني أن  $a + 4 - 3 \leq b - 3$

أي  $a + 1 \leq b - 3$

#### خاصية

$d$  و  $c$  و  $b$  و  $a$  أعداد حقيقية .  
إذا كان  $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array} \right\}$  فإن  $a + c \leq b + d$

#### مثال

و  $a + 3 \leq b$  و  $a$  و  $b$  عددا حقيقيان بحيث :

$$b + 4 \leq \sqrt{2}$$

بين أن :  $b+a+7 \leq 3+\sqrt{2}$

إذن :  $(b+4)+(a+3) \leq \sqrt{2}+3$  نعلم أن :  $\left. \begin{array}{l} b+4 \leq \sqrt{2} \\ a+3 \leq 3 \end{array} \right\}$  و

و منه فإن :  $b+a+7 \leq \sqrt{2}+3$

### ب-الترتيب والضرب خاصية

$a$  و  $k$  و  $b$  أعداد حقيقية

1/ إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a \times k \leq b \times k$  :  $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \geq 0 \end{array} \right\}$  و

2/ إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a \times k \geq b \times k$  :  $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \leq 0 \end{array} \right\}$  و

### مثال

$a$  و  $b$  عددان جذريان بحيث :  $b \geq \sqrt{3}$  و  $a \geq \frac{4}{3}$

لنستنتج  $-2b$  و  $3a$

إذن :  $3a \geq 4$  لدينا :  $\left. \begin{array}{l} a \geq \frac{4}{3} \\ 3 \geq 0 \end{array} \right\}$  و أي :  $a \times 3 \geq \frac{4}{3} \times 3$

$-2b \leq -2\sqrt{3}$  و لدينا :  $\left. \begin{array}{l} b \geq \sqrt{3} \\ -2 \leq 0 \end{array} \right\}$  و أي :  $b \times (-2) \leq \sqrt{3} \times (-2)$

إذن :  $-2b \leq -2\sqrt{3}$

### 3- التآطير

### خاصية 1

$a$  و  $t$  و  $z$  و  $y$  و  $x$  و  $b$  أعداد حقيقية بحيث :

$x \leq a \leq y$  و  $z \leq b \leq t$

$x+z \leq a+b \leq y+t$

### مثال

$x$  و  $y$  عددان حقيقيان بحيث :  $-4 \leq y \leq \frac{-3}{2}$  و  $1 \leq x \leq \sqrt{5}$

لنؤطر :  $x+y$

لدينا :  $1 \leq x \leq \sqrt{5}$  و  $-4 \leq y \leq -\frac{3}{2}$

يعني أن :  $1 + (-4) \leq x + y \leq \sqrt{5} + \left(-\frac{3}{2}\right)$

أي :  $-3 \leq x + y \leq \sqrt{5} - \frac{3}{2}$

### خاصية 2

$a$  و  $y$  و  $x$  أعداد حقيقية بحيث :  $x \leq a \leq y$   
 $-y \leq -a \leq -x$

### مثال

$x$  عدد حقيقي بحيث :  $\sqrt{3} \leq x \leq 4$

لنؤطر  $-x$  :  $-4 \leq -x \leq -\sqrt{3}$

### خاصية 3

$a$  و  $t$  و  $z$  و  $y$  و  $x$  و  $b$  أعداد حقيقية بحيث :

$x \leq a \leq y$  و  $z \leq b \leq t$

$x - t \leq a - b \leq y - z$

### مثال

$x$  و  $y$  عدنان حقيقيان بحيث :  $1 \leq x \leq \frac{5}{2}$  و  $-4 \leq y \leq -\frac{3}{2}$

لنؤطر :  $y - x$

لدينا :  $1 \leq x \leq \frac{5}{2}$  إذن :  $-\frac{5}{2} \leq -x \leq -1$

يعني أن :  $(-4) + \left(-\frac{5}{2}\right) \leq y + (-x) \leq \left(-\frac{3}{2}\right) + (-1)$

$-\frac{13}{2} \leq y - x \leq \left(-\frac{5}{2}\right)$