

Введение в логику

Лекция 6

hexlet.org

Парадоксы

Парадокс импликации

- Из того, что Луна квадратная, следует, что деревья умеют летать.
- Из того, что Жанна д'Арк — первый космонавт, следует, что Путин — краб.
- Из того, что небо твёрдое, следует, что апельсины оранжевые.

Парадокс брадобрея

В некотором царстве, в некотором государстве, живет брадобрей — такой мужик, который бреет бороды только тем, кто не бреется сам, а тем кто сам бреется, он бороды не бреет.

Вопрос: а кто бреет самого брадобрея?

Перепаразируем

$B(x)$ – x является брадобреем

$S(y,z)$ – y бреет z

$\exists x, B(x), \forall y(\neg S(y, y) \leftrightarrow S(x, y))$

Перепаразируем

$B(x)$ – x является брадобреем

$S(y,z)$ – y бреет z

$\exists x, B(x), \forall y(\neg S(y, y) \leftrightarrow S(x, y))$

$\neg S(x, x) \leftrightarrow S(x, x)$

Парадокс пьяницы

Теорема. В любом баре найдется такой посетитель, что если он пьет, то пьют и все остальные посетители.

Парадокс пьяницы

Теорема. В любом баре найдется такой посетитель, что если он пьет, то пьют и все остальные посетители.

$D(x)$ – x пьет

$\exists x, (D(x) \rightarrow \forall y, D(y))$

Парадокс пьяницы

$D(x)$ – x пьет

$\exists x, (D(x) \rightarrow \forall y, D(y))$

Случай 1: все пьют. $\forall y, D(y)$

Случай 2: кто-то не пьет. $D(x) = 0$

Не путайте физическое следствие и импликацию

Импликация показывает невозможность истинности одного высказывания без другого в какой-то статичной модели.

Парадокс воронов

«Все вороны чёрные»

$$a \rightarrow b = \neg b \rightarrow \neg a$$

Парадокс лжеца

«Данное высказывание ложно»